

Symmetrie in Mathematik und Sport - eine transversale Unterrichtsreihe

Valsangiacomo, Brea, Künzli David, Messmer, Streit

Nachfolgend wird eine transversale Unterrichtsreihe für die 4.-6. Klasse zum Thema Symmetrie dargestellt, die im Rahmen des Entwicklungsprojekts "Aufgaben im bewegten Unterricht" (2012-2015) in Zusammenarbeit mit der Professur für Bildungstheorien und interdisziplinären Unterricht der PH FHNW, der Professur Sport und Sportdidaktik im Jugendalter der PH FHNW und der Professur für Entwicklung des mathematischen Denkens im Kindesalter / Mathematikdidaktik der PH FHNW entwickelt wurde. In der transversalen Unterrichtsreihe sind Aufgaben aus den Bereichen Sport/Bewegung und Mathematik auf verschiedene Weise so aufeinander bezogen, dass ein Mehrwert für beide beteiligten Fachbereiche entsteht. Das Transversale Unterrichten (TU) beschreibt Lerngelegenheiten, "die auf jene Bildungsziele abzielen, die sich nur resp. besonders gut durch die Verbindung mehrerer Fächer bearbeiten lassen" (Valsangiacomo, Widorski, & Künzli David, 2014, S. 26; vgl. auch Widorski, Künzli David, & Valsangiacomo, 2014). Mit solchen Fächer verbindenden transversalen Lerngelegenheiten können verschiedenen Ziele angestrebt werden: Aufgaben, welche die Erarbeitung von fachlichen Wissen und Können unter Einbezug zweier Fächer zum Ziel haben, werden in der untenstehenden Unterrichtsreihe dem Typ 1 "Win-Win" zugewiesen (vgl. zur Typologie transversalen Unterrichtens Valsangiacomo u. a., 2014). Fach- und Unterrichtsinhalte werden hier so aufeinander bezogen, dass in beiden Fächern zentrale fachliche Lernprozesse initiiert werden und beide Fächer vom Wissens- bzw. Könnensaufbau im jeweils anderen Fach profitieren. Weiter werden transversale Lerngelegenheiten beschrieben, die durch das Kontrastieren der einbezogenen Fächer das Einnehmen einer Metaebene zu den Fächern ermöglichen. Aufgaben dieses Typs 2 „Fachkonzept“ sind so konzipiert, dass durch dieses Kontrastieren spezifische Grenzen und Möglichkeiten der involvierten Fächer erkannt werden können (Valsangiacomo u. a., 2014; Widorski u. a., 2014).

Diese theoretischen Überlegungen zum transversalen Unterrichten und dessen Typen werden hier am Thema der Symmetrie beispielhaft dargestellt und erörtert. Anhand der untenstehenden Unterrichtsreihe wird aufgezeigt, wie die transversalen Ziele des Typs 1 (Win-Win) und des Typs 2 (Fachkonzept) unter Einbezug von Mathematik und Sport/Bewegung besonders gut bearbeitet werden können. Ausgehend von inhaltlichen Überlegungen zum Thema Symmetrie aus beiden fachlichen Perspektiven (Mathematik sowie Sport/Bewegung) sowie zu ihrer Bedeutung für fachliche Lernprozesse wurden Aufgaben erarbeitet, die zu drei inhaltlichen Einheiten (A. Symmetrie erkunden, B. Symmetrische Figuren erzeugen; C. Mit Kongruenzabbildungen experimentieren) und einer anschließenden Reflexionseinheit (D. Abschluss der transversalen Unterrichtsreihe zum Thema Symmetrie) gebündelt werden können.

Symmetrie ist ein universales Prinzip, das nicht nur in der Mathematik eine zentrale Bedeutung hat. Die Idee der Symmetrie durchzieht die belebte wie auch unbelebte Umwelt: Symmetrische Objekte werden als ästhetisch, harmonisch bis hin zu formvollendet empfunden. Symmetrie zeigt sich - vereinfacht ausgedrückt - in der Wiederholung von Gleichartigem. Offenbar ist das menschliche Wahrnehmen von Welterscheinungen sehr stark von unserer Fähigkeit geprägt, sensorische Eindrücke in zu vergleichende Teile zu gliedern. Hier wird Wahrnehmen im Sinne von Erkennen von gegliederten Gestalten, von Mustern verstanden. Am augenfälligsten und prototypisch manifestiert sich Symmetrie in geometrischen Figuren und dabei insbesondere in der bilateralen Symmetrie ebener und räumlicher Gebilde. Das Phänomen der Symmetrie weist verschiedene inner- und aussermathematischen Aspekte auf: so z.B. den Formaspekt, den algebraischen, den arithmetischen, den ökonomisch-technischen, den kognitiven und den ästhetischen Aspekt (Winter, 2001). Damit gehört das Thema der Symmetrie zu den fundamentalen Ideen des Mathematikunterrichts (Bruner, 1970). Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie mathematische Objekte und Begriffe auf der Basis von Phänomenen schon früh erfahrbar machen und Bezüge zu angrenzenden Lernfeldern aufweisen. Sie sind im Alltag bedeutsam und sind sinnstiftend, wodurch das Verstehen von Zusammenhängen erleichtert wird. All dies trifft auf die Idee der Symmetrie zu (Winter, 2001; Streit, 2010).

In mathematischer Hinsicht sind reale Objekte immer nur annähernd symmetrisch. Sie gelten deshalb als Modelle für Symmetrie. Symmetrie als solche zu begreifen, unterliegt immer einem geistigen Idealisierungsprozess. Dabei bezeichnet Symmetrie nicht nur das Phänomen, dass eine Figur symmetrisch ist, sondern auch die Abbildung, die dem Phänomen zugrunde liegt. Kinder erfahren im Mathematikunterricht zumeist den Zugang über geometrische Phänomene in der Ebene. Aus dem Alltag aber auch aus dem Kindergarten und der Primarschule besitzen Schüler/-innen bereits Erfahrungen mit symmetrischen Figuren und dem Erzeugen symmetrischer Muster. Diese beziehen sich allerdings vorzugsweise auf Symmetrien in der ebenen Geometrie. Anhand der untenstehenden transversalen Unterrichtsreihe wird darauf abgezielt, dass Kinder ihre Grundvorstellungen zur Symmetrie ausbauen. Dies indem sie ihre Vorkenntnisse von Achsensymmetrie, Drehsymmetrie und Verschiebungen vertiefen und indem sie lernen, Fachbegriffe adäquat zu verwenden (bzw. anzuwenden) und sie auf Erfahrungen im Raum -sowohl mit statischen Objekten, aber auch auf Bewegungsabläufe zu erweitern. Mit dem erweiterten Verständnis können sie Symmetrien in der Umwelt identifizieren, symmetrische Objekte selbst herstellen und erkennen die Vorzüge von symmetrischen Lösungen in unterschiedlichen Lebensbereichen.

Im Sportunterricht ist die Symmetrie für das Erlernen verschiedener Funktionen (impressive, expressive und soziale Funktion) der Bewegung von grundlegender Bedeutung, wobei Bewegung als Zugang zur Welt zu verstehen ist. Schüler/-innen haben mit Bewegung u.a. die Möglichkeit in die Welt hinauszugreifen, die Welt zu verändern, umzubauen und auf sie Einfluss zu nehmen (Firmin & Messmer, 2006; Krombholz, 1989; Messmer, 2012; Scherler, 1975). In diesem Sinn kann die Symmetrie als Inhalt in den Kompetenzbereich „Ästhetik“ eingeordnet werden (Messmer, 2012, S. 35). Anhand der untenstehenden transversalen

Unterrichtsreihe wird darauf abgezielt, dass die Schüler/-innen durch die Auseinandersetzung mit dem Thema Symmetrie das Bewusstsein über die Funktionen der Bewegung sowie des Körpers erwerben. Ein vertieftes mathematisches Verständnis von Symmetrie unterstützt die Beidseitigkeit der Gliedmassen und deren Bewegungsvielfalt, verbessert die Wahrnehmung des eigenen Körpers und eigenen Körperschemas, trägt dazu bei, den eigenen Körper gleichsam von aussen im Verhältnis zum Raum wahrzunehmen und sich der eigenen Position im Spielfeld bewusst zu werden.

In der nachfolgenden Abbildung (s. Abb. 1) wird der Aufbau der transversalen Unterrichtsreihe zum Thema Symmetrie dargelegt und erläutert.

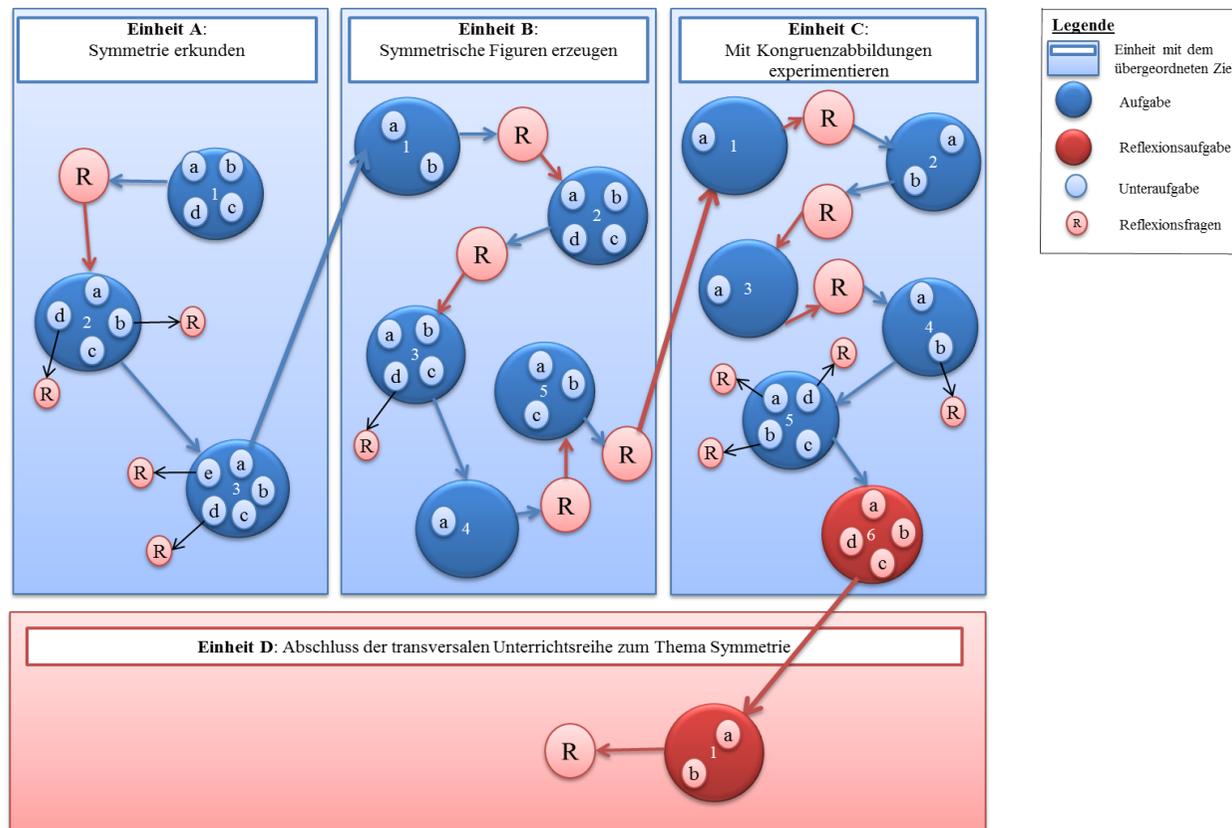


Abb. 1: Grafische Darstellung des Aufbaus der transversalen Unterrichtsreihe zum Thema Symmetrie

Aus Abbildung 1 wird ersichtlich, wie die transversale Unterrichtsreihe konzipiert ist. Sie setzt aus vier aufeinander aufbauenden Einheiten (A-D) zusammen. Jede Einheit besteht ihrerseits wiederum aus mehreren aufeinander aufbauenden Aufgaben mit spezifischen fachlichen und transversalen Zielen.

In der Einheit A „Symmetrie erkunden“ werden drei Aufgaben (1-3) mit den jeweiligen Unteraufgaben (a-e) beschrieben. Anhand von Reflexionsfragen (R), die im Unterschied zu Reflexionsaufgaben keine eigenständige Aufgaben darstellen, sondern Fragen, die sich z.T. auf eine einzelne Unteraufgabe und z.T. auf eine ganze Aufgabe beziehen, werden in dieser Einheit Lerngelegenheiten geschaffen, damit Schüler/-innen über ihren Lernprozess kritisch reflektieren und ein Bewusstsein für die zu erreichenden Ziele entwickeln können. Dadurch werden Schüler/-innen zudem in die Lage versetzt, eine Metaebene zu den in die Aufgaben involvierten Fächern einzunehmen.

Nachdem sich die Schüler/-innen erste Kenntnisse über das Thema Symmetrie angeeignet haben, wird in der Einheit B darauf abgezielt, die Schüler/-innen dazu zu befähigen, symmetrische Figuren zu erzeugen und sie mit dem Körper darzustellen sowie deren Eigenschaften zu kennen und zu erkennen. Diese Einheit besteht aus fünf aufeinander aufbauenden Aufgaben, Unteraufgaben wie auch Reflexionsfragen. Der Abschluss der Einheit B bildet ebenso die notwendige Ausgangslage, um sich in der darauffolgenden Einheit C mit Kongruenzabbildungen auseinandersetzen zu können.

Anhand von weiteren fünf aufeinander aufbauenden Aufgaben und einer abschliessenden Reflexionsaufgabe wird in der Einheit C das Ziel verfolgt, Lerngelegenheiten für Schüler/-innen zu schaffen, um erste Erfahrungen mit Kongruenzabbildungen zu sammeln, die Eigenschaften solcher Abbildungen zu kennen und sie somit auch zu erkennen.

Den Abschluss der transversalen Unterrichtsreihe zum Thema Symmetrie bildet die Einheit D, im Sinne einer Reflexionseinheit, die als Lernstandüberprüfung gilt. Diese hat zum Ziel, über das in den vorausgegangenen Einheiten (A-C) erworbene spezifische fachliche Wissen und Können zum Thema Symmetrie sowohl aus einer mathematischen als auch aus einer sportlichen Perspektive zu reflektieren. Die Reflexion soll für die Schüler/-innen insofern gewinnbringend sein, als dass sie die Metaebene zu den Fächern einnehmen und die spezifischen Grenzen und Möglichkeiten der involvierten Fächer erkennen können.

Nachfolgend werden die vier Einheiten und die dazu gehörenden Aufgaben mit den beabsichtigten fachlichen Zielen detailliert beschrieben. Formuliert werden in dieser nachfolgenden Unterrichtsreihe auch die mit den jeweiligen Aufgaben verbundenen transversalen Ziele. Gleichzeitig erfolgt eine Zuordnung der jeweiligen Aufgabe zu einem Typ des transversalen Unterrichtens (vgl. oben).

Literaturverzeichnis

Bruner, J. S. (1970). *Der Prozess der Erziehung*. Berlin: Berlin Verlag.

Firmin, F., & Messmer, R. (2006). *Vorschule: Sporterziehung in der Schule*. Bern: EDMZ.

Krombholz, H. (1989). Körperschema und motorische Leistungen im Kindesalter. *Motorik*, 12(2), 50–56.

Messmer, R. (2012). Bewegte Aufgaben: Aufgabenkulturen im Fach Sport. In S. Keller & U. Bender (Hrsg.), *Aufgabenkulturen* (S. 202–213). Seelze: Kallmeyer.

Scherler, K. (1975). *Sensomotorische Entwicklung und materiale Erfahrung*. Schorndorf: Hofmann.

Streit, C. (2010). Fundamentale Ideen der Mathematik - auch im Kindergarten? *Theorie und Praxis der Sozialpädagogik*, 10, 4–7.

Valsangiacomo, F., Widorski, D., & Künzli David, C. (2014). Bildungstheoretische Überlegungen zu fächerübergreifendem Unterricht - Systematik transversalen Unterrichtens. *Zeitschrift für Didaktik der Gesellschaftswissenschaften*, 5(1), 21–39.

Widorski, D., Künzli David, C., & Valsangiacomo, F. (2014). Bildungstheoretisch begründete Konzeption fächerübergreifenden Lehrens und Lernens. In C. Schier & E. Schwinger (Hrsg.), *Interdisziplinarität und Transdisziplinarität als Herausforderung akademischer Bildung. Innovative Konzepte für die Lehre an Hochschule und Universitäten* (S. 303-318). Bielefeld: transcript Verlag.

Winter, H. (2001). Fundamentale Idee in der Grundschule. Abgerufen von <http://www.schulabakus.de/Wechselspiele/winter-ideen.html>